УДК 551.510.72: 551.510.522: 551.61

В.М. Волощук, О.Я. Скриник

ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ ПРОЦЕСУ ТУРБУЛЕНТНОГО РОЗСІЮВАННЯ "ВАЖКИХ" АЕРОЗОЛЬНИХ ДОМІШОК У ГРАНИЧНОМУ ШАРІ АТМОСФЕРИ

Отримано уточнений варіант відомого аналітичного розв'язку дифузійної задачі для граничного шару атмосфери (врахована залежність коефіцієнта вертикальної турбулентної дифузії аерозольних частинок від швидкості їх седиментації). Проведено оцінку впливу залежності коефіцієнта турбулентної дифузії від швидкості седиментації частинок на перерозподіл їх концентрації в граничному шарі атмосфери. Встановлено основні закономірності просторового розподілу інтенсивності забруднення земної поверхні „важкими" аерозолями від локальних стаціонарних викидів.

Вступ

При математичному моделюванні турбулентної дифузії аерозольних домішок на основі напівемпіричної *K*-теорії коефіцієнт вертикальної дифузії цих домішок вважають залежним тільки від параметрів, що характеризують турбулентність середовища. Очевидно, що таке припущення буде не зовсім вірне тоді, коли, наприклад, мова йде про турбулентне розсіювання частинок "важких" аерозолів, швидкість седиментації (гравітаційного осідання) яких не мала порівняно з характерною швидкістю турбулентних пульсацій [2, 7]. Зауважимо, що в [7] було сформульовано загальні фізичні механізми впливу седиментації аерозольних частинок на їх вертикальну дифузію в турбулентному середовищі. Проте внаслідок седиментації аерозольних частинок завжди відбувається також зміщення центру тяжіння хмари (або факелу). Але цей ефект враховується при аналізі дифузійних процесів аерозольних домішок при введенні в рівняння турбулентної дифузії, так званого конвективного члена при тому ж самому значенні коефіцієнта вертикальної дифузії *K*, яке вибрано для невагомих частинок. У цій статті мова йде про те, як

врахувати вплив седиментації частинок безпосередньо на значення K, тобто про параметризацію залежності K від швидкості седиментації частинок u_s. Згідно з фізичними міркуваннями, наведеними в [2, 7], обов'язково повинно бути монотонне зниження величини K при зростанні u_s, бо в результаті седиментації аерозольних частинок повинен зменшуватися проміжок часу їх перебування в окремих турбулентних молях.

Мета проведеного дослідження – вияснити, чи приводитиме врахування залежності K від u_s в рамках напівемпіричної K-теорії до якихось нових фізичних ефектів (якісних чи кількісних) у поведінці вертикального розподілу концентрації аерозольних домішок із часом у граничному шарі земної атмосфери (ГША). З точки зору прикладних аспектів теорії турбулентної дифузії, найбільш важливим є питання про інтенсивність забруднення земної поверхні локальними газо-аерозольними викидами, а тому особливу увагу було звернено на оцінку потоку домішок на земну поверхню (нижню межу граничної задачі для рівняння конвективної дифузії).

Актуальність дослідження. У науковій літературі математичному моделюванню турбулентної дифузії в ГША приділено значно менше уваги, ніж різним теоретичним та модельним дослідженням процесів турбулентного розсіювання газо-аерозольних домішок у, так званому, приземному шарі атмосфери. На нашу думку, це пов'язано з порівняно незначним обсягом емпіричного матеріалу для граничного шару, на основі якого можна було б здійснювати тестування розроблених математичних моделей. Крім того, поки що накопичено надзвичайно мало натурних емпіричних даних про профіль вертикального коефіцієнта турбулентної дифузії в граничному шарі – основного фактора процесу розсіювання. Сподіваємося, що результати проведеного дослідження певним чином допоможуть також провести оптимізацію при проведенні вкрай необхідних натурних експериментів і обробці їх результатів.

Для вирішення поставлених завдань використано результати роботи [3], де отримано аналітичні розв'язки дифузійних задач для аерозольних домішок у ГША, але без врахування залежності коефіцієнта вертикальної турбулентної дифузії від швидкості седиментації частинок.

Постановка задачі. У стаціонарному горизонтально-однорідному ГША розглядається постійно діюче стаціонарне точкове джерело

“важких” аерозольних частинок, які седиментують зі швидкістю u_s. Джерело розміщене в точці простору з координатами (*0,0,h*). Систему координат розміщуємо таким чином, що регулярне перенесення домішок турбулентним середовищем існує тільки вздовж осі абсцис, тобто $\langle \vec{u} \rangle = \{u_x(z), 0, 0\}$.

При вищевказаних умовах поле концентрації домішок $n = n(x, y, z)$, де *x*, *y*, *z* – координати точки простору, із задовільною для практичних проблем точністю можна представити у вигляді:

$$n(x,y,z) = Q\Phi(x,y)\Psi(x,z),$$

$$\Phi(x,y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(x)} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2(x)}\right), \tag{1}$$

де Q – параметр, який характеризує інтенсивність джерела аерозольних частинок; $\sigma^2(x)$ – дисперсія поперечного розподілу.

В рамках напівемпіричної *K*-теорії при умові, що горизонтальна турбулентна дифузія домішок по осі *OX* проходить значно менш інтенсивніше в порівнянні з регулярним перенесенням вдовж цієї осі, функція вертикального розподілу концентрації $\Psi(x,z)$ визначається з рівняння:

$$u_x(z)\frac{\partial \Psi}{\partial x} - u_s \frac{\partial \Psi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} K(z) \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \tag{2}$$

де $K(z)$ – коефіцієнт вертикальної турбулентної дифузії аерозольних домішок; $u_x(z)$ – середня по статистичному ансамблю швидкість повітря, яка напрямлена вздовж осі *OX*.

Як відомо, u_s істотно залежить від фізико-хімічних характеристик аерозольних частинок та їх розмірів. А тому рівняння (2) записано для частинок з конкретними значеннями цих характеристик (взаємодією різних аерозольних частинок нехтуємо, тобто припускаємо відповідну розрідженості аерозолю).

У [3] для величини $K(z)$ запропонована оригінальна параметризація у вигляді наступного квазіпараболічного функціоналу від вертикального профілю швидкості середнього горизонтального перенесення домішок:

$$K(z) = \frac{w_T}{\bar{u} H u_x} \int_0^z u_x dz' \int_z^H u_x dz', \tag{3}$$

де w_T – характерна швидкість вертикальних турбулентних пульсацій повітря в середній частині ГША; $\bar{u} = \frac{1}{H}\int_0^H u_x dz'$ – середня по вертикалі швидкість повітря; H – висота граничного шару атмосфери.

Зауважимо, що величини Q, u_s, w_T, H і $\bar{u}$ є параметрами задачі (вхідна інформація).

Детальний аналіз методів визначення і оцінка можливих значень величини w_T проведений в [1, 5].

Аналіз параметризації (3) для $K(z)$ проведено в [4]. Зауважимо, що параметризація (3) правильно описує основні відомі властивості коефіцієнта вертикальної турбулентної дифузії, які встановлено і шляхом відповідного аналізу результатів натурних експериментів [1], і на основі розрахунків модельних рівнянь для кінетичної енергії турбулентності b і її дисипації ε, при формулюванні яких використана так звана "$\varepsilon - b$ параметризація".

Задачу для рівняння (2) розв'язуємо в області $\{x > 0,\ 0 < z < H\}$. Зауважимо, що в цьому рівнянні змінну x можна розглядати як "час", а тому для функції $\Psi(x,z)$ у вигляді "початкової" умови можна задати відповідне співвідношення при x=0. Як вже зазначалося, в подальшому розглядається найбільш простий варіант такого співвідношення – стаціонарне точкове джерело:

$$\Psi(0,z) = \frac{1}{H}\delta(z-h),\ 0 < h < H\,, \tag{4}$$

де δ – дельта-функція Дірака.

Граничні умови по змінній z потрібно сформулювати з урахуванням властивостей функції $K(z)$, заданої співвідношенням (3). З цього співвідношення слідує, що $K(z) \to 0$ і при $z \to 0$, і $z \to H$. У такому випадку чисто турбулентними потоками домішок через верхню і нижню межі граничного шару необхідно знехтувати.

Тоді, якщо, звичайно, джерело аерозольних частинок знаходиться в середині граничного шару, повний потік через верхню границю ГША повинен дорівнювати нулю, що можливо лише при виконанні умови:

$$\Psi(x,H) = 0\,. \tag{5}$$

На нижній поверхні граничного шару, тобто при $z \to 0$, необхідно поставити умову обмеженості:

$$\left|\Psi(x,0)\right| < \infty . \tag{6}$$

Математична структура рівняння (2) така, що ця умова є достатньою, щоб чисто турбулентний потік аерозольних частинок через нижню границю ГША дорівнював нулю. А це означає, що потік аерозольних частинок I через нижню границю ГША буде формуватись лише завдяки їх седиментації, тобто

$$I = u_s\, Q\, \Phi(x,y)\Psi(x,z).$$

Аналітична модель вертикальної турбулентної дифузії аерозольних частинок. Надалі використовується наступне перетворення незалежних змінних $(x,z) \to (\eta,\zeta)$:

$$\begin{cases} \zeta = -1 + 2\int\limits_0^{\xi} \dfrac{u_x(\xi')}{\bar{u}} d\xi', \qquad \xi = \dfrac{z}{H} \\ \eta = \dfrac{1}{L}x, \qquad L = \dfrac{\bar{u}H}{w_T} \\ \eta \ge 0, \qquad -1 \le \zeta \le 1 \end{cases}$$

Для функції $\psi(\eta,\zeta) = \Psi(x,z)$ при такому перетворенні змінних отримуємо задачу:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial\psi}{\partial\eta} - 2s\frac{\partial\psi}{\partial\zeta} = \frac{\partial}{\partial\zeta}\left(1-\zeta^2\right)\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}, \\ &\psi(\eta,1) = 0, \qquad \left|\psi(\eta,-1)\right| < \infty \\ &\psi(0,\zeta) = \frac{2u_x(h)}{\bar{u}H^2}\delta\left(\zeta-\zeta^*\right) \\ &s = \frac{u_s}{w_T}, \qquad \zeta^* = -1 + 2\int\limits_0^{h/H} \frac{u_x(\xi')}{\bar{u}}\, d\xi'. \end{aligned} \tag{7}$$

Цю задачу можна розв’язати шляхом розділення змінних:

$$\psi(\eta,\zeta) = \sum_{(n)} \varphi_n(\eta)\Omega_n(\zeta)$$

Сукупність функцій φ_n задовольняє рівнянню

$$\frac{d\varphi_n}{d\eta} + \lambda_n\varphi_n = 0,$$

а λ_n і $\Omega_n(\zeta)$ – власні значення і власні функції задачі:

$$\frac{d}{d\zeta}\left(1-\zeta^2\right)\frac{d\Omega_n}{d\zeta}+2s\frac{d\Omega_n}{d\zeta}+\lambda_n\Omega_n=0,$$
$$\Omega_n(1)=0, \qquad \left|\Omega_n(-1)\right|<\infty$$

Як відомо, власні значення і власні функції цієї задачі мають вигляд:

$$\lambda_n=(s+n)(s+n+1), \qquad n=0,1,2\ldots,$$
$$\Omega_n=(1-\zeta)^s G_n^{s+\frac{1}{2}}(\zeta),$$

де G_n – поліноми Гегенбауера.

Таким чином, розв'язок задачі (7) можна записати у такому вигляді:

$$\psi(\eta,\zeta)=2\frac{u_x(h)}{\pi\bar{u}H^2}(1-\zeta)^s\left(1+\zeta^*\right)^s\sum_{k=0}^{\infty}A_k\exp(-\lambda_k\eta)G_k^{s+0.5}(\zeta)$$
$$A_k=2^{2s}\frac{(s+k+0.5)\left[\Gamma(s+0.5)\right]^2}{\Gamma(2s+k+1)}\,k!\;G_k^{s+0.5}\left(\zeta^*\right), \qquad (8)$$

де $\Gamma(x)$ – гамма-функція.

Перехід у цьому співвідношенні до первинних змінних (x,z) не викликає труднощів, оскільки відповідні формули перетворень аргументів наведені вище.

Вплив швидкості седиментації аерозольних частинок на величину коефіцієнта їх вертикальної турбулентної дифузії враховували, використовуючи параметризацію, обґрунтовану в [6]:

$$k(z,u_s)=\frac{1}{1+\alpha u_s/w_T}K(z), \qquad \alpha\approx 1, \qquad (9)$$

де $K(z)$ задається виразом (3). Звичайно, рівність (9) не є точна, її слід розглядати лише як деяке наближення (параметризацію).

Зауважимо, що співвідношення (9) дійсно правильно відображає в якісному плані функціональну залежність коефіцієнта вертикальної турбулентної дифузії від u_s. Крім того, відносна простота формули (9) дозволяє легко враховувати розглянутий ефект при математичному моделюванні турбулентної дифузії на основі напівемпіричної K-теорії, зокрема при побудові різних аналітичних моделей.

Врахування залежності коефіцієнта дифузії від швидкості седиментації за допомогою співвідношення (9), суттєво не ускладнює розв'язування сформульованої дифузійної задачі. Проте для знаходження

функції $\psi(\eta,\zeta)$ тепер потрібно розглянути наступне диференціальне рівняння:

$$(1+s)\frac{\partial\psi}{\partial\eta}-2s(1+s)\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}=\frac{\partial}{\partial\zeta}\left(1-\zeta^2\right)\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}. \qquad (10)$$

Проводимо, як і в попередньому розділі, розділення змінних у рівнянні (10), тобто припускаємо, що:

$$\psi(\eta,\zeta)=\sum_{(n)}\varphi_n(\eta)\Omega_n(\zeta).$$

Сукупність функцій φ_n задовольняє рівнянню:

$$\frac{d\varphi_n}{d\eta}+\frac{\lambda_n}{1+s}\varphi_n=0,$$

де λ_n і Ω_n – власні значення і власні функції наступної задачі:

$$\frac{d}{d\zeta}\left(1-\zeta^2\right)\frac{d\Omega_n}{d\zeta}+2s(1+s)\frac{d\Omega_n}{d\zeta}+\lambda_n\,\Omega_n=0.$$
$$\Omega_n(1)=0, \qquad \left|\Omega_n(-1)\right|<\infty$$

Власні значення і власні функції цієї задачі мають вигляд:

$$\lambda_n=[s(1+s)+n][s(1+s)+n+1], \qquad n=0,1,2...$$
$$\Omega_n=(1-\zeta)^{s(1+s)}G_n^{s(1+s)+0.5}(\zeta).$$

Таким чином, розв’язок задачі (2) - (6) з урахуванням залежності коефіцієнта вертикальної турбулентної дифузії від швидкості седиментації аерозольних частинок у формі (9) можна записати у вигляді:

$$\psi(\eta,\zeta)=\frac{2u_x(h)}{\pi\bar{u}H^2}(1-\zeta)^{s(1+s)}\left(1+\zeta^*\right)^{s(1+s)}\sum_{k=0}^{\infty}A_k\exp(-\beta_k\eta)G_k^{s(1+s)+\frac{1}{2}}(\zeta)$$
$$A_k=2^{2s(1+s)}\frac{[s(1+s)+k+0.5][\Gamma(s(1+s)+0.5)]^2}{\Gamma(2s(1+s)+k+1)}\;k!\;G_k^{s(1+s)+0.5}\left(\zeta^*\right), \qquad (11)$$
$$\beta_k=\frac{[s(1+s)+k][s(1+s)+k+1]}{1+s}.$$

Оцінка впливу залежності коефіцієнта вертикальної турбулентної дифузії від швидкості седиментації аерозольних частинок на перерозподіл концентрації домішок в ГША і інтенсивність забруднення земної поверхні. Зауважимо, що за

визначенням функція $\psi(\eta,\zeta)$ – розмірна ([ψ] = $м^{-2}$). Для зручності надалі доцільно перейти до розгляду безрозмірної величини $\Theta(\eta,\zeta)$:

$$\Theta(\eta,\zeta)=\frac{\bar{u}H^2}{u_x(h)}\psi(\eta,\zeta), \tag{12}$$

яка відображає абсолютно всі властивості $\psi(\eta,\zeta)$, тільки в іншому масштабі.

Функція $\Theta(\eta,\zeta)$ залежить від двох безрозмірних параметрів s і ζ^*. Перший параметр визначається в основному властивостями аерозольних частинок, точніше – швидкістю їх седиментації. Аналіз можливих значень величини s в розглянутій моделі турбулентного розсіювання проведено в [5]. Другий параметр ζ^* характеризує висоту викиду. З допомогою рівності $\zeta^* = -1 + 2\xi_h$, його можна виразити через іншу безрозмірну величину - “узагальнену” висоту джерела:

$$\xi_h = \frac{1}{\bar{u}H}\int_0^h u_x dz,$$

яка має більш прозорий фізичний зміст.

Особливості еволюції концентрації газо-аерозольних домішок. Очевидно, що при зростанні швидкості седиментації частинок буде зменшуватися величина коефіцієнта їх дифузії. Це означає, що при збільшенні u_s буде зменшуватися інтенсивність турбулентного розсіювання аерозольних домішок. Тому досить “важкі” частинки порівняно слабо розсіюються. Основну роль в цьому випадку відіграє тільки їх регулярне перенесення. Цей висновок добре підтверджується даними, що наведені на рис.1.

Зміна вертикального розподілу концентрації спричинює зміну приземної концентрації аерозольних домішок, а отже – величину потоку аерозольних частинок на земну поверхню. Просторові розміри області максимальних забруднень стають меншими, в той же час як абсолютна величина забруднень в області максимальних значень зростає. Цей якісний результат підтверджується аналізом відповідних обчислень.

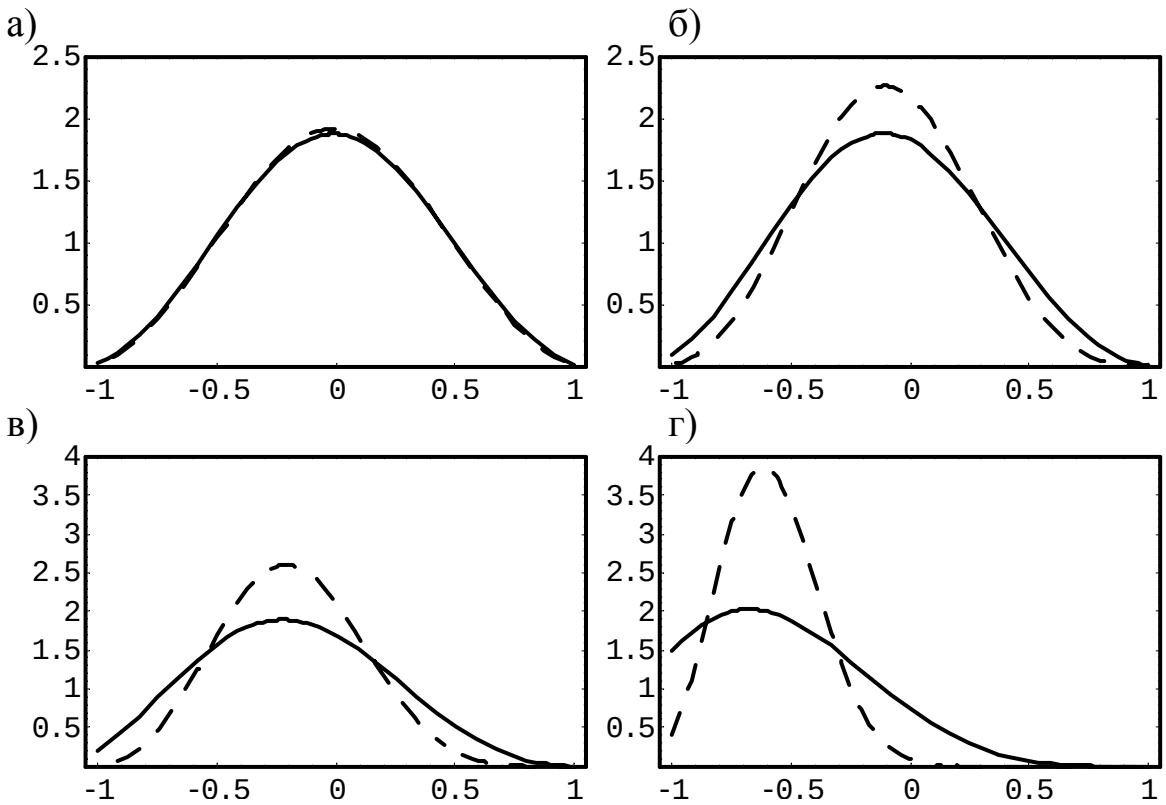

Рис. 1. Розподіл концентрації домішок Θ (вісь ординат) по висоті ζ (вісь абсцис) на відстані $\eta = 0{,}1$ від джерела (узагальнена висота джерела $\xi_h = 0{,}5$). Суцільна лінія – розрахунок за формулою (8); пунктирна лінія – розрахунок за формулою (11): а) s=0,05; б) s=0,5; в) s=1; г) s=3

Інтенсивність забруднення земної поверхні. Потік аерозольних частинок на земну поверхню можна оцінити за допомогою співвідношень:

$$j = u_s \Psi(x,z)\Big|_{z=0} = u_s \psi(\eta,\zeta)\Big|_{\zeta=-1} = u_s \frac{u_x(h)}{\bar{u}H^2}\Theta(\eta,\zeta)\Big|_{\zeta=-1}.$$

Але для подальшого аналізу зручно ввести функцію ω, де $\omega = s\Theta(\eta,\zeta)\Big|_{\zeta=-1}$. У цьому випадку отримуємо наступне співвідношення:

$$j = \frac{u_x(h)}{LH^2}\omega(\eta; s, \xi_h). \tag{13}$$

Функція ω представляє собою безрозмірну оцінку інтенсивності забруднення земної поверхні аерозольними частинками із заданим значенням параметра s. Значення цієї функції для випадку, коли вплив швидкості седиментації аерозольних частинок на коефіцієнт їх вертикальної дифузії не враховується, позначимо через ω_o.

Розподіл інтенсивності аерозольного забруднення місцевості, розрахований із врахуванням залежності коефіцієнта турбулентної дифузії від швидкості седиментації і без такого врахування для деяких значень параметрів s і ξ_h представлений на рис. 2.

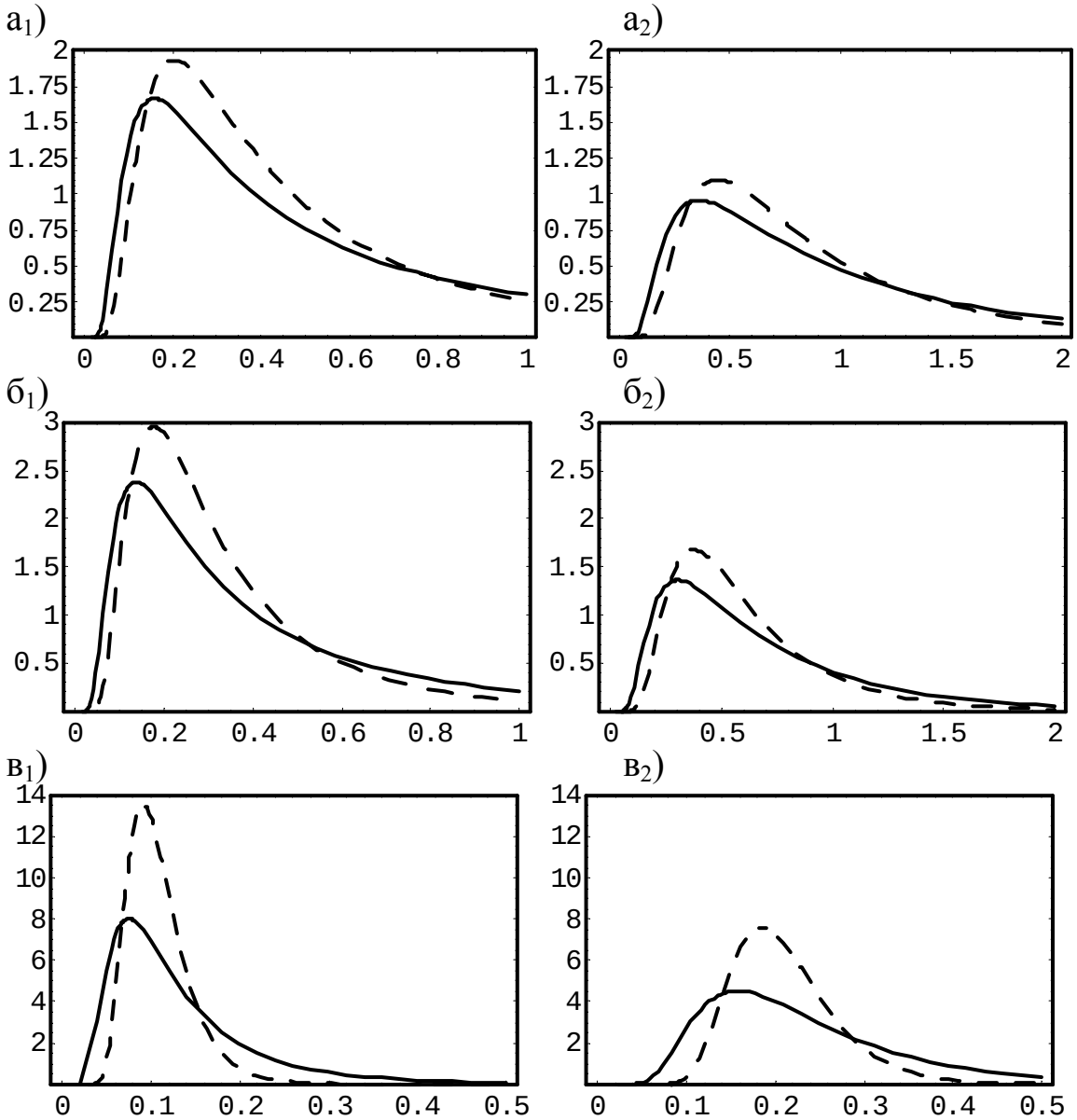

Рис. 2. Розподіл інтенсивності забруднення місцевості (вісь ординат) уздовж горизонтальної осі η (вісь абсцис): а$_1$)-в$_1$) для джерела з узагальненою координатою $\xi_h = 0{,}25$; а$_2$)-в$_2$) для джерела з $\xi_h = 0{,}5$. Суцільна лінія – розрахунок за формулою (8); пунктирна лінія – розрахунок за формулою (11): а)s=0,75; б) s=1; в) s=2,5

Зауважимо, що детальний аналіз поля інтенсивності аерозольних забруднень земної поверхні для випадку, коли вплив седиментації

аерозольних частинок на коефіцієнт їх вертикальної дифузії не враховується, проведено в [5].

Основні характеристики поля інтенсивності аерозольних забруднень земної поверхні для різних значень параметрів s і ξ_h наведено в табл. 1. Аналізуючи їх можна зробити висновок, що відстань від джерела, на якій формується максимальне забруднення, не співпадає з аналогічним результатом, отриманим на основі розв'язку (8). Точка максимуму η'_m функції ω дещо зміщується у бік більших значень і розташовується між η_m і Δ, де η_m – точка максимуму функції ω_o; Δ – відстань, на якій випали б такі ж частинки в безтурбулентній атмосфері. При збільшенні параметру седиментації s, η'_m наближається до точки Δ набагато швидше ніж η_m, і вже при s > 5 слід очікувати їх співпадання.

Таблиця 1

Порівняння основних характеристик інтенсивності забруднення місцевості аерозольним джерелом

S	0,1	0,25	0,5	0,75	1,0	2,5	5,0
ξ_h=0,25							
ω_{max}	0,171	0,461	1,02	1,66	2,38	8,01	21,14
$\omega_{o\ max}$	0,173	0,475	1,11	1,93	2,95	13,5	-
η_m	0,273	0,234	0,19	0,159	0,137	0.075	0,043
η'_m	0,30	0,28	0,24	0,205	0,175	0,09	-
Δ	2,5	1	0,50	0,33	0,25	0,10	0,05
ξ_h=0,5							
ω_{max}	0,124	0,271	0,59	0,956	1,36	4,5	11,9
$\omega_{o\ max}$	0,103	0,278	0,64	1,1	1,66	7,6	27,3
η_m	0,787	0,595	0,44	0,36	0,302	0,157	0,088
η'_m	0,85	0,68	0,54	0,445	0,38	0,185	0,98
Δ	5	2	1	0,67	0,5	0,2	0,10
ξ_h=0,75							
ω_{max}	0,095	0,237	0,496	0,786	1,11	3,57	9,27
$\omega_{o\ max}$	0,0944	0,239	0,525	0,885	1,33	5,87	21
η_m	1,598	1,1	0,767	0,598	0,493	0,245	0,134
η'_m	1,72	1,25	0,89	0,71	0,59	0,28	0,146
Δ	7,5	3	1,5	1	0,75	0,30	0,15

У табл.1. використані наступні позначення: ω_{max} – максимальне значення функції ω; $\omega_{o\ max}$ – максимальне значення функціїω_o; η'_m – точка максимуму функції ω; η_m – точка максимуму функції ω_o; Δ – відстань від

джерела, на якій формується максимальне забруднення земної поверхні у випадку відсутності турбулентності.

Зміщення точки максимального забруднення не очевидне, адже з аналізу графіків вертикального розподілу концентрації слідує, що висоти, на яких формується максимальна концентрація (і при врахуванні залежності $K=K(u_s)$ і без нього), співпадають. Тому мали б співпадати і відстані, на яких вісь факелу торкається земної поверхні.

Ефект зменшення лінійних розмірів зони максимального забруднення є очевидним і його легко встановити аналізуючи графіки на рис.2. Зазначимо, що суттєво змінюється абсолютна величина інтенсивності потоку домішок на підстильну поверхню в зоні максимальних забруднень. Так при $s = 2{,}5$ максимальна величина потоку збільшується майже вдвічі.

Було б надзвичайно корисним здійснити перевірку отриманих результатів на емпіричному матеріалі. Уже зазначалося, що експериментальних даних, які стосуються турбулентної дифузії в ГША дуже мало. Це, звичайно, пов'язано зі складністю проведення натурних дифузійних експериментів для висотних джерел. На жаль, для розглянутої ситуації нам не вдалося знайти жодних експериментальних даних, тому провести емпіричну перевірку отриманих результатів немає можливості.

* *

Получен уточненный вариант известного аналитического решения диффузионной задачи для пограничного слоя атмосферы с учетом зависимости коэффициента вертикальной турбулентной диффузии аэрозольных частиц от скорости их седиментации. Проведена оценка влияния зависимости коэффициента турбулентной диффузии от скорости седиментации частиц на перераспределение их концентрации в пограничном слое атмосферы. Установлены основные закономерности пространственного распределения интенсивности загрязнения земной поверхности „тяжелыми" аэрозолями от локальных стационарных выбросов.

* *

1. Атмосферная турбулентность и моделирование распространения примесей / Под ред. *Ф. Т. М. Ньистадта* и *Х. Ван Допа.* - Л.: Гидрометеоиздат, 1985. - 348 с.

2. *Бызова Н. Л.* Рассеяние примеси в пограничном слое атмосферы. – М.: Гидрометеоиздат, 1974. - 174 с.
3. *Волощук В. М.* Аналитическая модель процесса регионального загрязнения местности аэрозольным источником // Метеорология и гидрология. - 1991. - №8. - С.24-35.
4. *Волощук В. М., Куприянчук А. И., Лев Т.Д.* О параметризации вертикального турбулентного обмена для пограничного слоя атмосферы // Метеорология и гидрология. - 1992. - №3. - С.5-15.
5. *Волощук В. М., Куприянчук А. И., Младиная Л. В.* Основные закономерности регионального загрязнения местности аэрозольным источником // Метеорология и гидрология, 1992. - №5. - С.25-37.
6. *Скриник О.Я.* Вплив седиментації аерозольних частинок на коефіцієнт їх вертикальної турбулентної дифузії // Вісник Київ. ун-ту. Сер. фіз.-мат. наук. - 2003. - № 1. - С. 103-112.
7. *Юдин М.И.* Физические представления о диффузии тяжелых частиц // Атмосферная диффузия и загрязнение воздуха / Под ред. *А.С.Монина*. – М.: Изд. иностр. лит-ры, 1962. - С. 231-246.

Український науково-дослідний
гідрометеорологічний інститут, Київ